

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Назаров Д.С., Озур Г.Е., Проскуровский Д.И. Генерация низковольтных сильноточных электронных пучков в пушке с плазменным анодом // Известия вузов. Физика. – 1994. – Т. 37. – № 3. – С. 100–114.
2. Григорьев В.П., Коваль Т.В., Кухта В.Р., Рахарджо П., Уемура К. Исследование транспортировки и фокусировки низкоэнергетического электронного пучка в ионизованном аргоне низкого давления // Журнал технической физики. – 2008. – Т. 78. – № 1. – С. 104–108.
3. Крейндель М.Ю., Литвинов Е.А., Озур Г.Е., Проскуровский Д.И. Нестационарные процессы в начальной стадии формирования сильноточного электронного пучка в плазмонеполненном диоде // Физика плазмы. – 1991. – Т. 17. – № 12. – С. 1425–1431.
4. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. – М.: Мир, 1987. – 640 с.

Поступила 16.11.2009 г.

УДК 519.673+533.9

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСКАЖЕНИЯ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПАКЕТЕ COMSOL MULTIPHYSICS ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

В.П. Григорьев, А.С. Огородников

Томский политехнический университет

E-mail: [ogorodnikov@sibmail.com](mailto:ogorodnikov@sibmail.com)

В неоднородной плазме могут возникать диамагнитные токи, приводящие к искажению внешнего магнитного поля. Последнее необходимо учитывать при создании приборов и установок с использованием замагниченной плазмы. В частности, этот эффект может существенно повлиять на процессы, связанные с транспортировкой пучков заряженных частиц в плазменных и газовых средах. Поэтому важно оценить влияние этого эффекта на искажение внешнего магнитного поля в зависимости от параметров плазмы. Эта задача сводится к решению системы нелинейных уравнений в частных производных и для ее решения применяется система компьютерной математики COMSOL Multiphysics.

**Ключевые слова:**

Неоднородная плазма, диамагнитные токи, замагниченная плазма, решение нелинейных уравнений, пакет COMSOL Multiphysics.

**Key words:**

Nonuniform plasma, diamagnetic currents, magnetized plasma, the decision of the nonlinear equations, modelling package COMSOL Multiphysics.

Известно, что магнитные поля с успехом применяются для удержания плазмы и фокусировки пучков заряженных частиц [1, 2]. Однако при наличии неоднородности плазмы и магнитного поля в плазме могут возникать диамагнитные токи, приводящие к искажению внешнего магнитного поля. Последнее необходимо учитывать при создании приборов и установок с использованием замагниченной плазмы. В частности, этот эффект может существенно повлиять на процессы, связанные с транспортировкой пучков заряженных частиц в плазменных и газовых средах [3]. Поэтому важно оценить влияние этого эффекта на искажение внешнего магнитного поля в зависимости от параметров плазмы и уровня и градиента внешнего магнитного поля. Эта задача является сложной, так как сводится к решению нелинейных уравнений и для ее решения целесообразно применить численные методы.

В данной работе проблема искажения магнитного поля в замагниченной плазме исследуется на основе численного моделирования с использованием пакета COMSOL Multiphysics.

В качестве расчётной выбиралась аксиально-симметричная область в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$  (рис. 1), которая соответствует

типичным системам транспортировки электронных пучков в плазменных каналах [3].

Внешнее магнитное поле в такой системе создаётся двумя одинаковыми катушками с плотностью тока в катушке

$$(\mathbf{J}^e)_\varphi = \frac{In}{h\Delta R}, \quad (1)$$

где  $I$  – ток в катушке,  $n$  – число витков,  $h$  и  $\Delta R$  – размеры катушки вдоль оси  $z$  и по радиусу соответственно.

Плотность диамагнитного тока, возникающего в неоднородной плазме, зависит от давления в плазме, величины внешнего магнитного поля и его градиента и описывается в общем случае выражением [4, 5]:

$$\mathbf{J}_M = -\nabla \times (p_1 \mathbf{B} / B^2), \quad (2)$$

где  $p_1 = n_0 T_e f(r) = p_0 f(r)$  – давление плазмы поперёк силовых линий внешнего магнитного поля;  $n_0$  – концентрация частиц плазмы на оси канала транспортировки;  $T_e$  – электронная температура в эВ;  $f(r)$  – функция, описывающая неоднородность давления плазмы по радиусу.

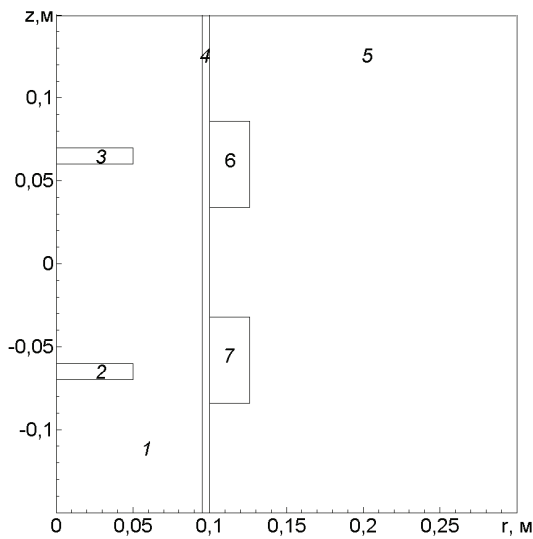


Рис. 1. Расчётная область: 1) плазма; 2) катод; 3) мишень; 4) труба дрейфа; 5) внешняя область; 6, 7) соленоидальные катушки

В аксиально-симметричной системе имеется только азимутальная составляющая тока намагниченности плазмы

$$(\mathbf{J}_M)_\varphi = \frac{p_\perp}{B^2} \left[ p_\perp^{-1} \frac{dp_\perp}{dr} B_z + \left( \frac{\partial B_z}{\partial r} - \frac{\partial B_r}{\partial z} \right) - \right. \\ \left. - \frac{2}{B} \left( \frac{\partial B}{\partial r} B_z - \frac{\partial B}{\partial z} B_r \right) \right]. \quad (3)$$

Магнитное поле, связанное с суммарным током (1) и (3) описывается азимутальной составляющей векторного потенциала  $A_\varphi(r, z)$ . Однако, чтобы избежать особенностей на оси  $r=0$ , удобно ввести новую переменную  $u = A_\varphi(r, z)/r$ . В новой переменной  $u = u(r, z)$  выражение для тока намагниченности плазмы запишется в виде:

$$(\mathbf{J}_M)_\varphi = \\ = - \frac{p_\perp \left( 2ru_z(2u + ru_r)(3u_z + 2ru_{rz}) + \right. \\ \left. + ((2u + ru_r)^2 - (ru_z)^2)(3u_r + r(u_{rr} - u_{zz})) \right)}{((ru_z)^2 + (2u + ru_r))^2} + \\ + \frac{\frac{dp_\perp}{dr} (2u + ru_r)((ru_z)^2 + (2u + ru_r)^2)}{((ru_z)^2 + (2u + ru_r))^2}. \quad (4)$$

Здесь  $u_r$ ,  $u_r$  и  $u_{zz}$  — частные производные по соответствующим координатам.

Используя (1) и (4), получим нелинейное уравнение для определения скалярной функции  $u = u(r, z)$ :

$$3u_r + r(u_{rr} + u_{zz}) = -\mu_0((\mathbf{J}^e)_\varphi + (\mathbf{J}_M)_\varphi(u, r, z)). \quad (5)$$

Магнитная индукция рассчитывается по формулам:

$$B_z = 2u + ru_r, \quad B_r = -ru_z.$$

Граничные условия на оси  $r=0$  задавались как условия аксиальной симметрии; на внешних границах задавались условия магнитной изоляции  $A_\varphi=0$ . Расчеты проводились для наиболее интересных, часто применяемых параметров:  $I=160$  А,  $n=270$  витков,  $h=0,052$  м,  $\Delta R=0,026$  м,  $n_0=10^{10} \dots 10^{15}$  см $^{-3}$ ,  $T_e=1 \dots 10$  эВ,  $p_0=1 \dots 6000$  Па.

Функция распределения давления плазмы  $f(r)$ , в зависимости от радиуса  $r$ , выбиралась в виде (рис. 2).

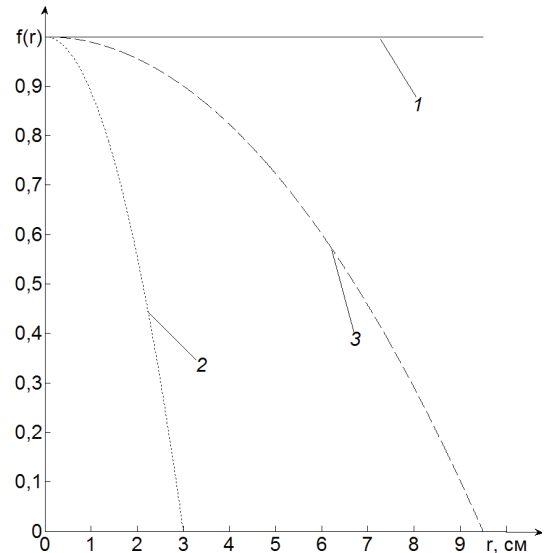


Рис. 2. Функции распределения давления плазмы в зависимости от радиуса  $r$ : 1)  $f_1=1$ ; 2)  $f_2=1-(r/3)^2$ , если  $r < 3$ , для  $r \geq 3$ ,  $f_2=0$ ; 3)  $f_3=1-(r/9,5)^2$ ,  $r$  в см

Краевая задача (1)–(5) решалась в системе COMSOL Multiphysics в прикладном квазистатическом режиме (электромагнитный модуль). Вся расчетная область покрывалась неравномерной сеткой из треугольников. Для реализации метода конечных элементов применялся нелинейный решатель.

#### Обсуждение результатов

При решении нелинейной краевой задачи вычислялась плотность тока намагниченности плазмы  $J_\varphi$  при различных функциях распределения давления (рис. 3). В приосевой области плотность тока в 4...6 раз больше для функции распределения  $f_2$ , чем для функции распределения  $f_3$ , и слабо зависит от абсолютной величины давления. В области, близкой к стенкам дрейфовой трубы, плотность тока намагниченности зависит от абсолютной величины давления (увеличивается в 3...5 раз с ростом давления в 3 раза).

Анализ результатов моделирования показывает, что продольная составляющая магнитной индукции  $B_z$  зависит от давления: уменьшается на величину до 12 % с ростом давления от 1 до 6000 Па на оси системы. Уменьшение  $B_z$  зависит от вида функции радиального распределения давления плазмы  $f(r)$ : при параболической зависимости  $f_3$  уменьшение больше в 1,5...2 раза, чем при  $f_2$  (рис. 4).

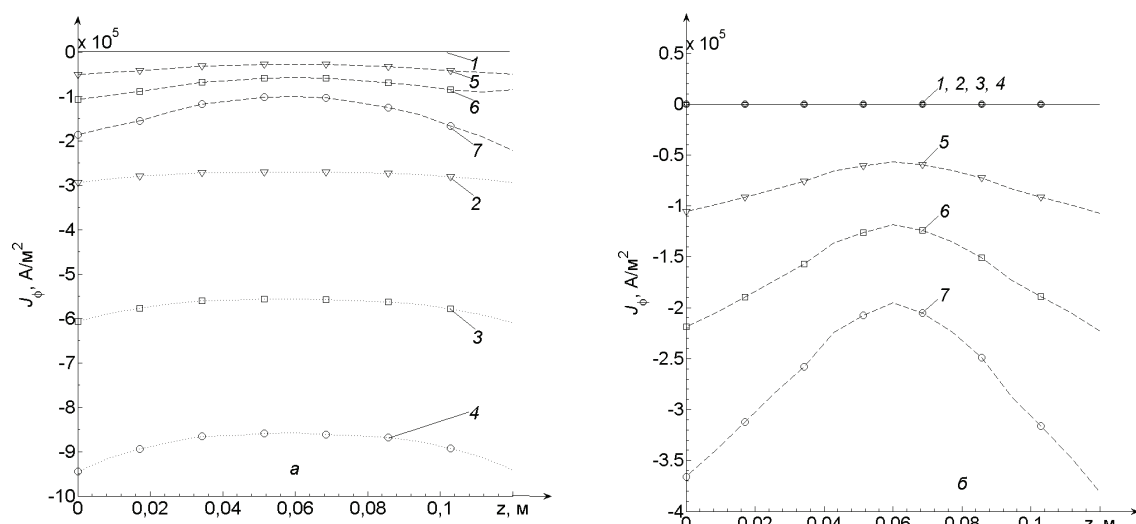


Рис. 3. Зависимости плотности тока намагниченности плазмы  $J_\phi$  от расстояния до катода  $z$ : а)  $r=2$  см, б)  $r=5$  см. Давление плазмы  $p_\perp$ : 1)  $(1...6000)f_1$ ; 2)  $2000f_2$ ; 3)  $4000f_2$ ; 4)  $6000f_2$ ; 5)  $2000f_3$ ; 6)  $4000f_3$ ; 7)  $6000f_3$ , Па

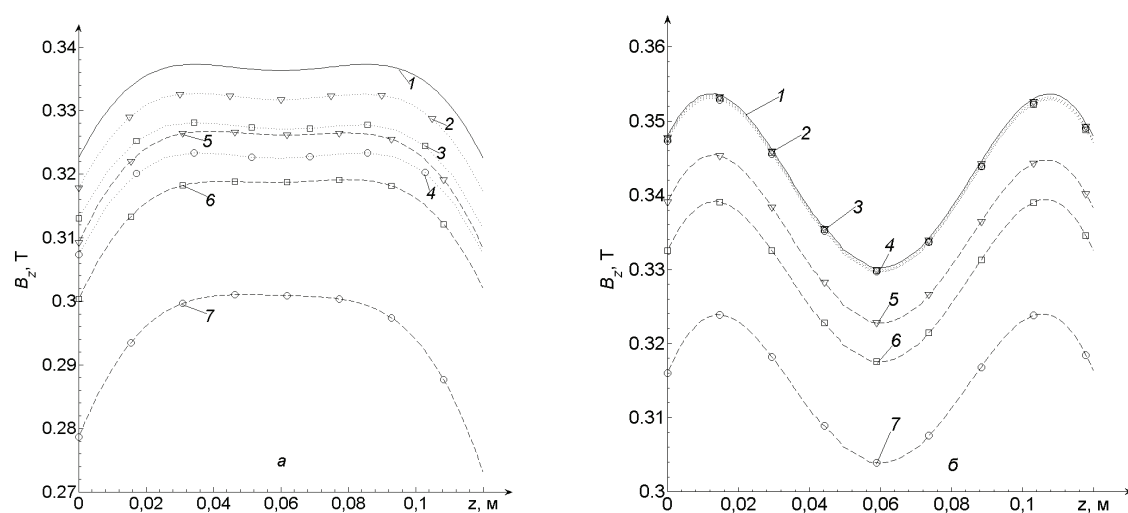


Рис. 4. Продольная составляющая магнитной индукции  $B_z$  в зависимости от расстояния до катода  $z$ : а)  $r=2$  см, б)  $r=5$  см. Давление плазмы  $p_\perp$ : 1)  $(1...6000)f_1$ ; 2)  $2000f_2$ ; 3)  $4000f_2$ ; 4)  $6000f_2$ ; 5)  $2000f_3$ ; 6)  $4000f_3$ ; 7)  $6000f_3$ , Па

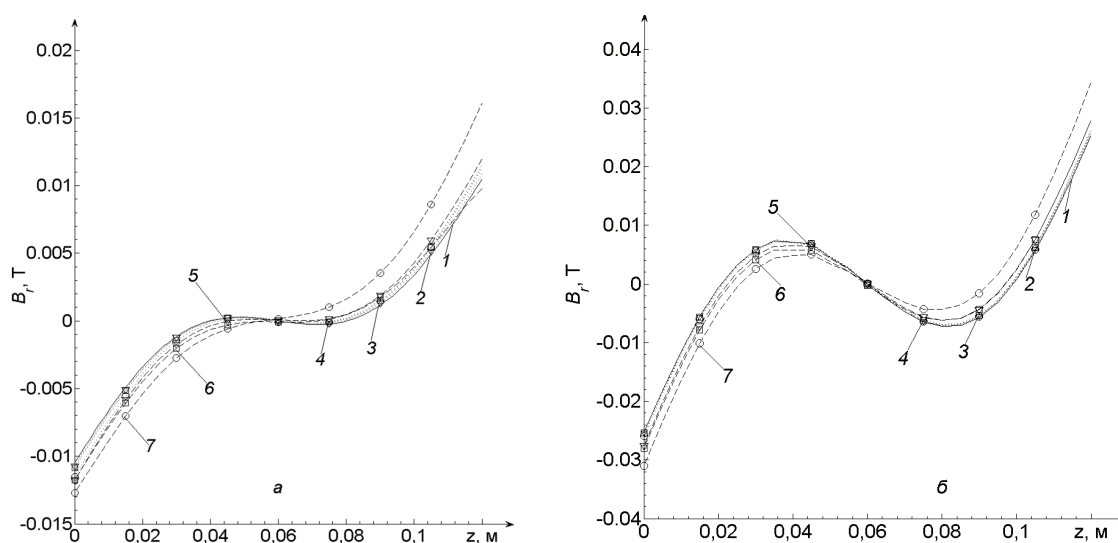


Рис. 5. Радиальная составляющая магнитной индукции  $B_r$  в зависимости от расстояния до катода  $z$ : а)  $r=2$  см, б)  $r=5$  см. Давление плазмы  $p_\perp$ : 1)  $(1...6000)f_1$ ; 2)  $2000f_2$ ; 3)  $4000f_2$ ; 4)  $6000f_2$ ; 5)  $2000f_3$ ; 6)  $4000f_3$ ; 7)  $6000f_3$ , Па

Радиальная составляющая магнитной индукции  $B_r$  также зависит от давления: уменьшается до двух раз вдоль трубы дрейфа с расстоянием от катода 0...5,8 см, затем растёт с ростом давления от 1 до 6000 Па, при этом большие изменения (в 2...20 раз) наблюдаются в пристеночной области (рис. 5).

#### Выводы

1. С использованием пакета COMSOL Multiphysics проведено моделирование диамагнитных искажений, возникающих в плотной плазме при транспортировке электронных пучков.
2. Получено нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных для определения скалярной функции, описывающей азимутальную составляющую векторного потенциала

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукьянов С.Ю. Горячая плазма и управляемый ядерный синтез. — М.: Наука, 1975. — 408 с.
2. Диденко А.Н., Григорьев В.П., Усов Ю.П. Мощные электронные пучки и их применение. — М.: Атомиздат, 1977. — 280 с.
3. Григорьев В.П., Коваль Т.В., Кухта В.Р., Рахарджо П., Уемура К. Исследование транспортировки и фокусировки низкоэнергетического электронного пучка в ионизованном аргоне низкого

магнитного поля замагниченной плазмы в аксиально-симметричной системе.

3. Плотность тока намагниченности при сосредоточении плазмы в приосевой области возрастает на порядок по сравнению с равномерным заполнением трубы дрейфа плазмой.
4. Продольная составляющая магнитной индукции уменьшается на 12 % с ростом давления от 1 до 6000 Па на оси системы; ее уменьшение зависит от вида функции радиального распределения давления плазмы.
5. Радиальная составляющая магнитной индукции также зависит от давления: уменьшается до двух раз вдоль трубы дрейфа с расстоянием от катода 0...5,8 см, затем растёт с увеличением давления от 1 до 6000 Па.

давления // Журнал технической физики. — 2008. — Т. 81. — Вып. 1. — С. 104–108.

4. Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров И.Е. Основы физики плазмы. — М.: Атомиздат, 1977. — 384 с.
5. Франк-Каменецкий Д.А. Лекции по физике плазмы. — М.: Атомиздат, 1968. — 97 с.

*Поступила 02.12.2009 г.*